Il primo studioso ad occupparsi dell'andamento dell'evoluzione di una qualsiasi specie di essere viventi fu Pierre François Verhulst (Bruxelles 1804 - 1849) nel 1838. Le sue opere, a lungo dimenticate, furuno riscoperte, nel 1920, dai demografi americani R. Pearl e L. J. Reed. La teoria secondo la quale lo sviluppo di una popolazione, per l'azione delle sue forze malthusiane contrastanti, dovrebbe avere l'andamento di una curva cosidetta logistica, viene comunemente legata a tutti e tre i nomi. In base a tali ipotesi, infatti, un insieme di persone, da una parte, tende, rispetto al tempo, a moltiplicarsi in progressione geometrica, incremento in percentuale costante, e che dall'altra parte a tale andamento si oppone una resistenza, costituita essenzialmente dalla limitazione dei mezzi di sussistenza, direttamente proporzionale al quadrato della consistenza del gruppo.

Una sequenza di valori si dice in progressione geometrica se il rapporto tra uno di essi e il suo precedente resta costante. Osserviamo la serie: 200 - 240 - 288 - 345,6 - 414,72; notiamo che dividendo un termine qualsiasi per il suo antecedente si ottiene sempre 1,2. Allora, si intuisce che per costruire una sequenza in progressione geometrica basta moltiplicare, man mano, ciascun valore per una costante. Tutto ciò determina, nell'esempio, che l'incremento costante di volta in volta è pari al 20%.
Se si desidera ottenere direttamente il termine di posizione 8 della serie basta moltiplicare per 7 volte consecutive per 1,2 il primo termine; nell'esempio $200 * 1{,}2^7$.
Proprio per questo è di uso comune definire tale evoluzione con la voce "andamento esponenziale".

Una variabile x risulta direttamente proporzionale al quadrato di un altra variabile y quando resta costante il rapporto tra y^2 e x, cioé x/y^2 = costante oppure x = costante * y^2.
Prendiamo in esame i seguenti dati:
x = 1 $y^2 = 25$
x = 2 $y^2 = 50$
x = 3 $y^2 = 75$
x = 4 $y^2 = 100$
x = 10 $y^2 = 250$
x = 20 $y^2 = 500$
x = 50 $y^2 = 1250$
x = 100 $y^2 = 2500$
Si evidenzia che il valore di x è pari a 1 fratto 25 il valore di y^2; formalmente:
$x = (1/25)y^2$.

Esempio di applicazione delle due forze combinate

Istante di tempo t	Popolazione esistente p	Valore al quadrato p^2	Incremento del 20% i	Decremento in proporzione al quadrato (coefficiente 0,0001) 0,0001 * p^2 = d	Popolazione finale f
0	200	40000	40	4	236
1	236	55696	47	6	277
2	277	76729	55	8	324
3	324	104976	65	10	379
4	379	143641	76	14	441
5	441	194481	88	19	510
6	510	260100	102	26	586
7	586	343396	117	34	669
8	669	447561	134	45	758
9	758	574564	152	57	853
10	853	727609	171	73	951
11	951	904401	190	90	1051
12	1051	1104601	210	110	1151

13	1151	1324801	230	132	1249
14	1249	1560001	250	156	1343
15	1343	1803649	269	180	1432
16	1432	2050624	286	205	1513
17	1513	2289169	303	229	1587
18	1587	2518569	317	252	1652
19	1652	2729104	330	273	1709
20	1709	2920681	342	292	1759
21	1759	3094081	352	309	1802
22	1802	3247204	360	325	1837
23	1837	3374569	367	337	1867
24	1867	3485689	373	349	1891
25	1891	3575881	378	358	1911
26	1911	3651921	382	365	1928
27	1928	3717184	386	372	1942
28	1942	3771364	388	377	1953
29	1953	3814209	391	381	1963
30	1963	3853369	393	385	1971
31	1971	3884841	394	388	1977
32	1977	3908529	395	391	1981
33	1981	3924361	396	392	1985
34	1985	3940225	397	394	1988
35	1988	3952144	398	395	1991
36	1991	3964081	398	396	1993
37	1993	3972049	399	397	1995
38	1995	3980025	399	398	1996
39	1996	3984016	399	398	1997
40	1997	3988009	399	399	1997
41	1997	3988009	399	399	1997

...

ARROTONDAMENTO ALL'UNITA'

Per rendere più semplice l'analisi di dati numerici si ricorre a rappresentazioni grafiche grazie all'impatto visivo che offrono. Tra le opportunità possibili si utilizzano spesso istogrammi, barre verticali o orizzontali colorate. Solitamente i grafici ad istogramma hanno uno sviluppo verticale; praticamente, sull'asse orizzontale vengono posizionati gli intervalli rispetto ai quali valutare l'andamento della grandezza presa in considerazione, mentre i valori via via assunti dalla variabile sono leggibili sull'asse verticale. Ciascun rettangolo, uno per ciascun intervallo, distanziati od uniti, avrà per base un segmento di egual misura ed altezza proporzionale al dato osservato corrispondente. Dalla lettura del grafico possiamo interpretare la fluttuazione delle osservazioni anche attraverso la ideale creazione di una curva che passi per il punto medio delle varie sommità (FIGURA 1, FIGURA 2, FIGURA 3). Un classico andamento nel continuo è rappresentato dalla curva di Gauss, meglio conosciuta come curva normale (appunto andamento comune o normale, giusto che sia così: FIGURA 3).

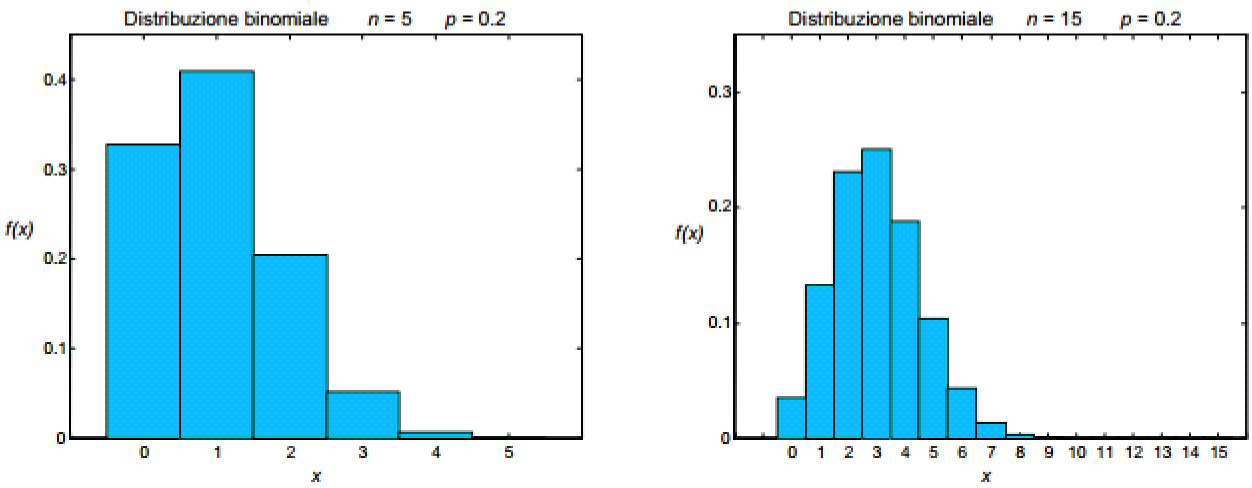

Distribuzione binomiale n = 5 p = 0.2
f(x)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0 1 2 3 4 5
x
Distribuzione binomiale n = 15 p = 0.2
f(x)
0
0.1
0.2
0.3
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
x

FIGURA 1

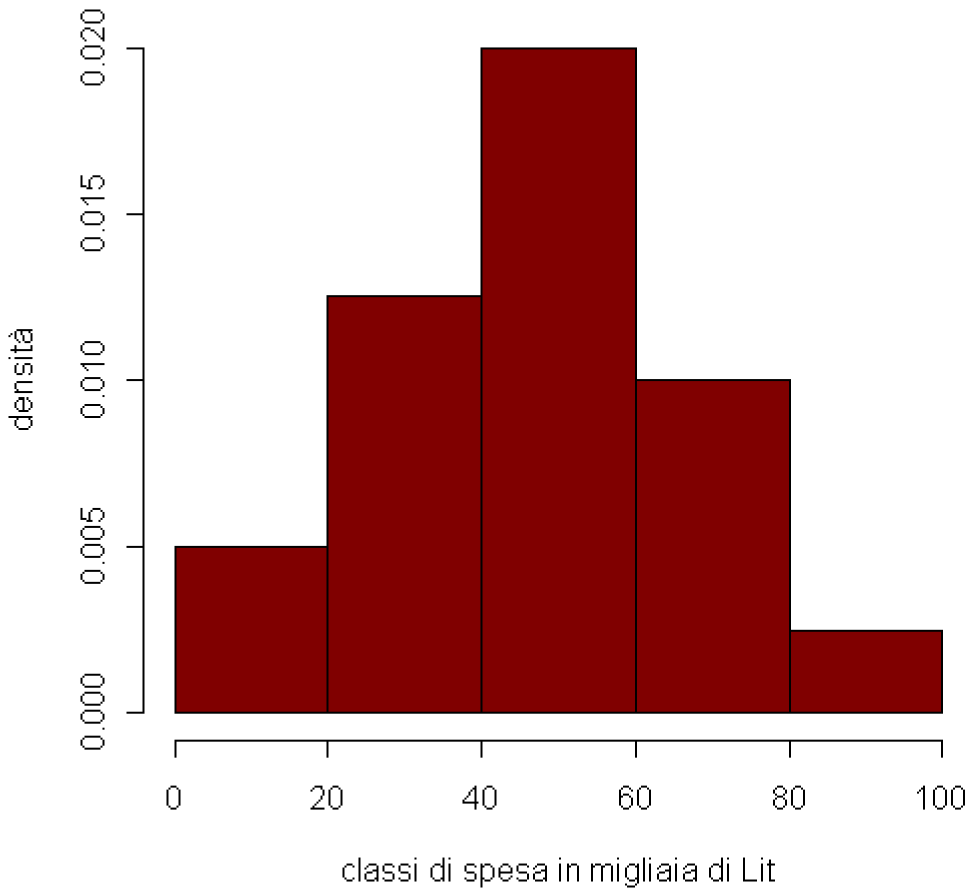

0.000
0.005
0.010
0.015
0.020
densità
0
20
40
60
80
100
classi di spesa in migliaia di Lit

FIGURA 2

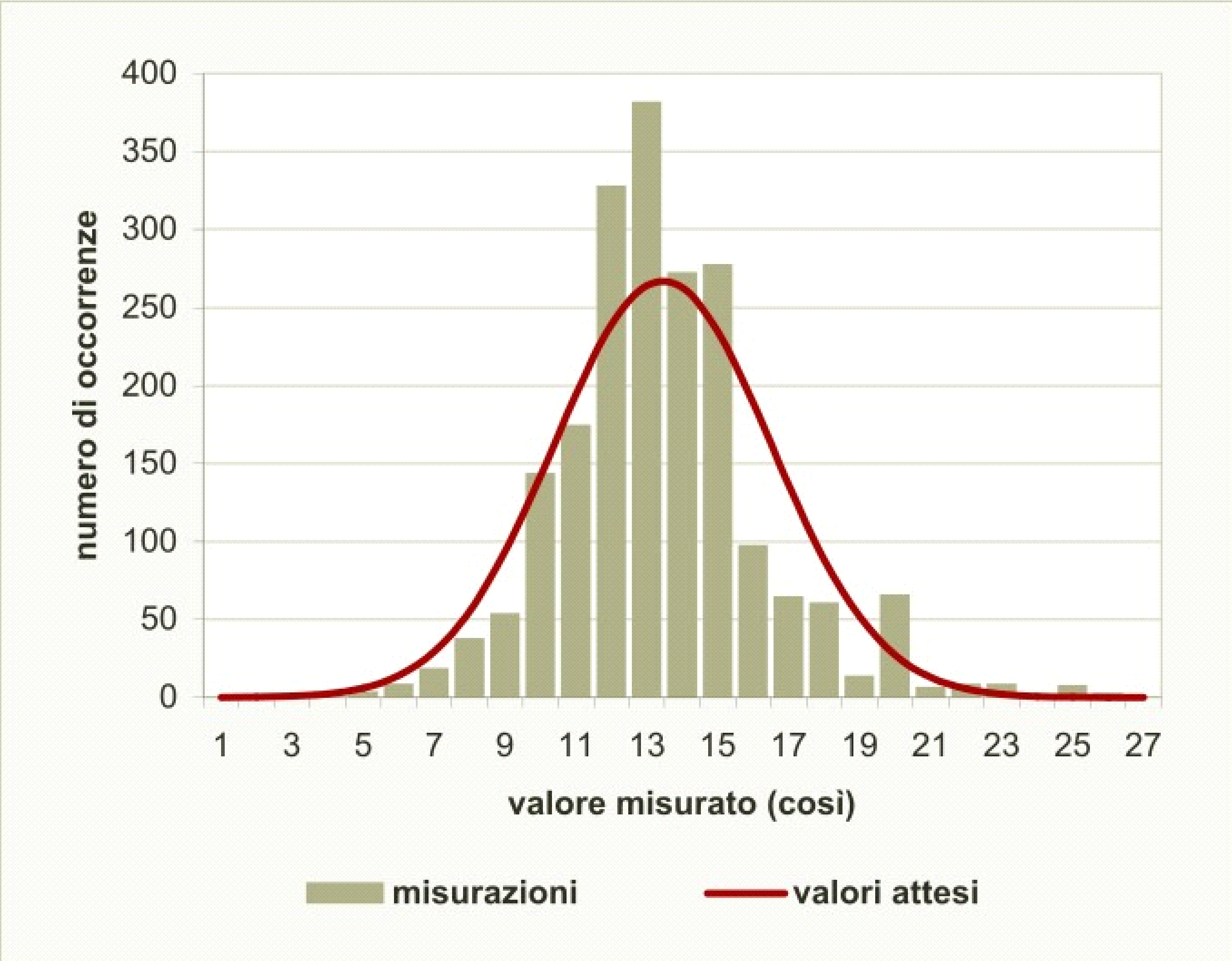


FIGURA 3

CONFRONTARE ALLEGATO FILE EXCEL

Curva logistica nel continuo

L'applicazione P che lega la numerosità della popolazione P(x) in funzione del tempo x è rappresentata dalla seguente equazione:

$P(x) = K / (1+Ce^{-rx})$

in cui

P	popolazione
x	istante di tempo
P(x)	popolazione all'istante di tempo t
K	costante da determinare
C	costante da determinare
e	numero di Nepero (valore arrotondato 2,718281)
r	costante da determinare

La costante K rappresenta il valore limite a cui tende la numerosità della popolazione definito, per esempio, dalle risorse

disponibili
La costante C rappresenta il rapporto tra l'incremento della popolazione per raggiungere il livello limite K rispetto alla numerosità iniziale e quest'ultimo stesso valore
La costante r rappresenta il tasso di crescita

In figura 4 è rappresentata la curva avente:
$K = C = r = 1$

Calcolo delle ordinate
Funzione: $P(x) = 1 / (1+e^{-x})$

VALORI NEGATIVI DEL TEMPO INDICANO ISTANTI PRECEDENTI A QUELLO INIZIALE

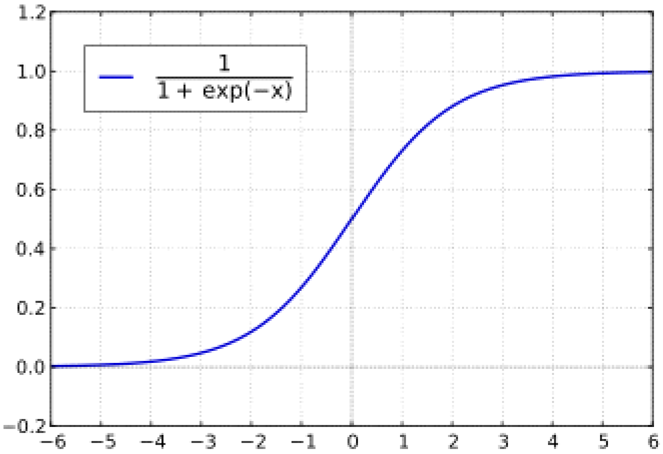
Se $x = -2$ $\quad$ $P(-2) = y = 1 / (1+e^{2}) = 1/8{,}389 = 0{,}119$
Se $x = -1$ $\quad$ $P(-1) = y = 1 / (1+e^{1}) = 1/3{,}718 = 0{,}269$
Se $x = 0$ $\quad$ $P(0) = y = 1 / (1+e^{0}) = 1/2 = 0{,}5$
Se $x = 1$ $\quad$ $P(1) = y = 1 / (1+e^{-1}) = 1/1{,}368 = 0{,}731$
Se $x = 2$ $\quad$ $P(2) = y = 1 / (1+e^{-2}) = 1/1{,}135 = 0{,}880$

Altra appliczione
Siano:
$K = 2000$
$C = (2000 - 200)/200 = 9$
$r = 0{,}2$
per cui l'equazione
$P(x) = K / (1+Ce^{-rx})$ diviene
$P(x) = 2000 / (1+9e^{-0{,}2x})$

Calcolo delle ordinate
Se $x = -2$ $\quad$ $P(-2) = y = 2000 / (1+9e^{0{,}4}) = 2000/14{,}426 = 139$
Se $x = -1$ $\quad$ $P(-1) = y = 2000 / (1+9e^{0{,}2}) = 2000/11{,}993 = 1678$
Se $x = 0$ $\quad$ $P(0) = y = 2000 / (1+9e^{0}) = 2000/10 = 200$ $\quad$ valore iniziale
Se $x = 1$ $\quad$ $P(1) = y = 2000 / (1+9e^{-0{,}2}) = 2000/8{,}369 = 239$
Se $x = 2$ $\quad$ $P(2) = y = 2000 / (1+9e^{-0{,}4}) = 2000/7{,}033 = 284$
...
Se $x = 10$ $\quad$ $P(10) = y = 2000 / (1+9e^{-2}) = 2000/2{,}218 = 902$
...
Se $x = 50$ $\quad$ $P(50) = y = 2000 / (1+9e^{-10}) = 2000/1{,}0004 = 1999$ $\quad$ vicino al valore K

I valori così ottenuti sono confrontabili con i dati riscontrati nel discreto

FIGURA 4



CLASSE VG - CAMPOLI, DI NUCCI, MATARESE